

## STATISTICA MEDICA



*Dott.ssa Marta Di Nicola*

*N.P.D. 3° Blocco 2° piano*

*0871-3554007*

*m.dinicola@unich.it*

<http://www.biostatistica.unich.it>

Dott.ssa Marta Di Nicola

## LA DISTRIBUZIONE DEGLI ERRORI DI MISURA



### La distribuzione normale

*«E' lo stesso delle cose molto piccole e molto grandi. Credi forse che sia tanto facile trovare un uomo o un cane o un altro essere qualunque molto grande o molto piccolo o, che so io, uno molto veloce o molto lento o molto brutto o molto bello o tutto bianco o tutto nero? Non ti sei mai accorto che in tutte le cose gli estremi sono rari mentre gli aspetti intermedi sono frequenti, anzi numerosi?»  
(Platone, Fedone, XXXIX)*

Dott.ssa Marta Di Nicola

Si supponga di eseguire, in condizioni simili e con lo stesso metodo analitico, un **gran numero** di misurazioni della emoglobina glicata, e di riportare in un grafico le **frequenze relative** dei valori ottenuti ( $x$ ) con le prime 20, 40, ... 5120 misure.



Dott.ssa Marta Di Nicola

## LA FORMA DELLA DISTRIBUZIONE DEGLI ERRORI DI MISURA



All'aumentare del numero di misure, i valori tendono ad accentrarsi attorno alla loro media e l'istogramma assume una forma **a campana** sempre più regolare, che può essere approssimata con una funzione reale nota come **funzione di Gauss o funzione normale**.

Dott.ssa Marta Di Nicola

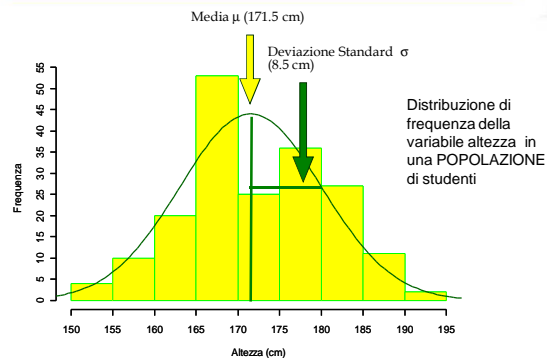
## LA CURVA DI GAUSS



- La più importante distribuzione continua che trova numerose applicazioni nello studio dei fenomeni biologici.
- Proposta da Gauss (1809) nell'ambito della teoria degli errori.
- Detta anche **curva degli errori accidentali**

Dott.ssa Marta Di Nicola

## La distribuzione Gaussiana



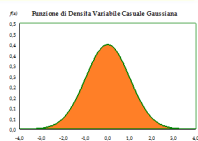
Dott.ssa Marta Di Nicola

## Le caratteristiche della distribuzione normale



### Caratteristiche

- È una distribuzione continua
- È simmetrica rispetto alla media
- Media, mediana e moda coincidono
- È definita da due parametri: media e deviazione standard ( $m, s$ )
- È una distribuzione di *probabilità*
- L'area sotto la curva è  $= 1$   
(essendo la probabilità che si verifichi un qualsiasi valore di  $x$ )

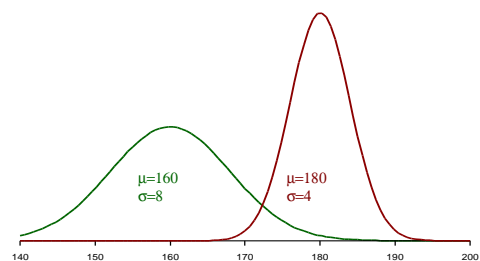


### Importanza

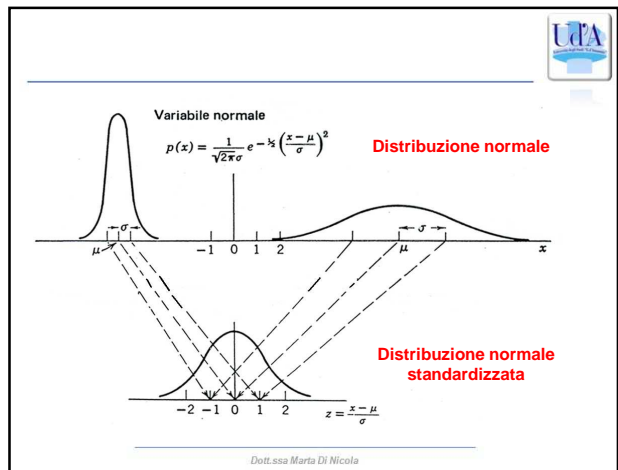
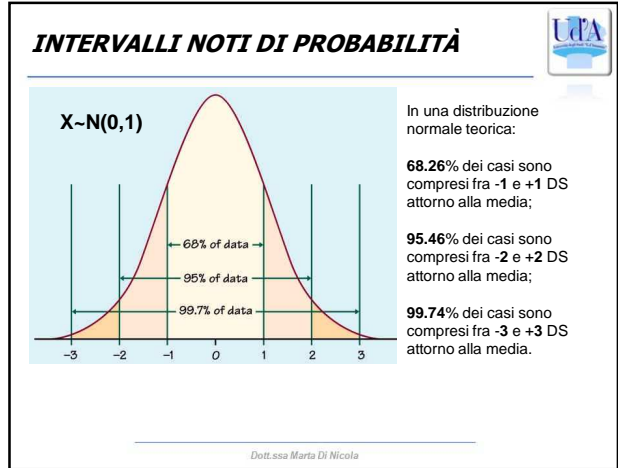
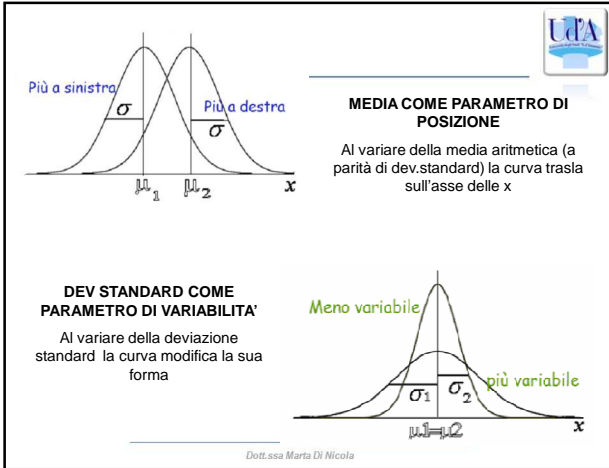
1. È la distribuzione di molte variabili continue
2. È la distribuzione di molte variabili *non-normali* dopo una opportuna trasformazione di scala (log, radice)
3. È la distribuzione della media campionaria (*vedi di seguito*)

Dott.ssa Marta Di Nicola

## La distribuzione Gaussiana



Dott.ssa Marta Di Nicola



### La curva di Gauss standardizzata

Si può trasformare una generica funzione gaussiana  $f(x)$  con media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$ , in una **funzione gaussiana standard** con media 0 e varianza 1, se si pone:

$$Z = \frac{(x - \mu)}{\sigma} \quad \text{STANDARDIZZAZIONE}$$

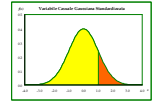
Se lavoriamo su dati campionari la notazione sarà:

$$Z = \frac{(x - \bar{x})}{s} \quad \text{STANDARDIZZAZIONE}$$

Dott.ssa Marta Di Nicola

### La tavola della distribuzione Gaussiana Standardizzata

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4986	0.4972	0.4888	0.4884	0.4880	0.4766	0.4772	0.4688	0.4684
0.1	0.4680	0.4566	0.4552	0.4448	0.4444	0.4440	0.4336	0.4332	0.4228	0.4224
0.2	0.4216	0.4102	0.4088	0.3984	0.3980	0.3976	0.3872	0.3868	0.3764	0.3760
0.3	0.3822	0.3708	0.3694	0.3590	0.3586	0.3582	0.3478	0.3474	0.3370	0.3366
0.4	0.3452	0.3338	0.3324	0.3220	0.3216	0.3212	0.3108	0.3104	0.3000	0.2996
0.5	0.3086	0.2972	0.2958	0.2854	0.2850	0.2846	0.2742	0.2738	0.2634	0.2630
0.6	0.2716	0.2602	0.2588	0.2484	0.2480	0.2476	0.2372	0.2368	0.2264	0.2260
0.7	0.2422	0.2308	0.2294	0.2190	0.2186	0.2182	0.2078	0.2074	0.1970	0.1966
0.8	0.2122	0.2008	0.1994	0.1890	0.1886	0.1882	0.1778	0.1774	0.1670	0.1666
0.9	0.1842	0.1728	0.1714	0.1610	0.1606	0.1602	0.1498	0.1494	0.1390	0.1386
1.0	0.1598	0.1484	0.1470	0.1366	0.1362	0.1358	0.1254	0.1250	0.1146	0.1142
1.1	0.1358	0.1244	0.1230	0.1126	0.1122	0.1118	0.1014	0.1010	0.0906	0.0902
1.2	0.1116	0.1002	0.0988	0.0884	0.0880	0.0876	0.0772	0.0768	0.0664	0.0660
1.3	0.0872	0.0758	0.0744	0.0640	0.0636	0.0632	0.0528	0.0524	0.0420	0.0416
1.4	0.0632	0.0518	0.0504	0.0400	0.0396	0.0392	0.0288	0.0284	0.0180	0.0176
1.5	0.0506	0.0392	0.0378	0.0274	0.0270	0.0266	0.0162	0.0158	0.0054	0.0050
1.6	0.0392	0.0278	0.0264	0.0160	0.0156	0.0152	0.0048	0.0044	0.0040	0.0036
1.7	0.0448	0.0334	0.0320	0.0216	0.0212	0.0208	0.0104	0.0100	0.0096	0.0092
1.8	0.0328	0.0214	0.0200	0.0096	0.0092	0.0088	0.0084	0.0080	0.0076	0.0072
1.9	0.0292	0.0178	0.0164	0.0060	0.0056	0.0052	0.0048	0.0044	0.0040	0.0036
2.0	0.0232	0.0118	0.0104	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.1	0.0188	0.0074	0.0060	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.2	0.0148	0.0034	0.0020	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.3	0.0108	0.0020	0.0006	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.4	0.0068	0.0010	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.5	0.0028	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.6	0.0008	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.7	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.8	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000



La tavola fornisce i valori delle aree sottese alla curva tra  $z$  e  $+\infty$

Dott.ssa Marta Di Nicola

Variable Casuale Gaussiana ( $\mu = 171.5, \sigma = 8.5$ )

$$Z = \frac{180 - 171.5}{8.5} = 1$$

Qual è la probabilità di avere un soggetto con altezza superiore a 180 cm?  
 $P(x > 180) = ?$

Variable Casuale Gaussiana Standardizzata ( $\mu = 0, \sigma = 1$ )

Dott.ssa Marta Di Nicola

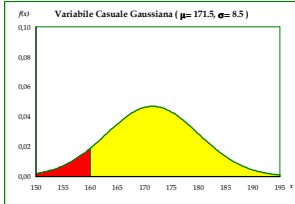
### La tavola della distribuzione Gaussiana Standardizzata

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4986	0.4972	0.4888	0.4884	0.4880	0.4766	0.4772	0.4688	0.4684
0.1	0.4680	0.4566	0.4552	0.4448	0.4444	0.4440	0.4336	0.4332	0.4228	0.4224
0.2	0.4216	0.4102	0.4088	0.3984	0.3980	0.3976	0.3872	0.3868	0.3764	0.3760
0.3	0.3822	0.3708	0.3694	0.3590	0.3586	0.3582	0.3478	0.3474	0.3370	0.3366
0.4	0.3452	0.3338	0.3324	0.3220	0.3216	0.3212	0.3108	0.3104	0.3000	0.2996
0.5	0.3086	0.2972	0.2958	0.2854	0.2850	0.2846	0.2742	0.2738	0.2634	0.2630
0.6	0.2716	0.2602	0.2588	0.2484	0.2480	0.2476	0.2372	0.2368	0.2264	0.2260
0.7	0.2422	0.2308	0.2294	0.2190	0.2186	0.2182	0.2078	0.2074	0.1970	0.1966
0.8	0.2122	0.2008	0.1994	0.1890	0.1886	0.1882	0.1778	0.1774	0.1670	0.1666
0.9	0.1842	0.1728	0.1714	0.1610	0.1606	0.1602	0.1498	0.1494	0.1390	0.1386
1.0	0.1598	0.1484	0.1470	0.1366	0.1362	0.1358	0.1254	0.1250	0.1146	0.1142
1.1	0.1358	0.1244	0.1230	0.1126	0.1122	0.1118	0.1014	0.1010	0.0906	0.0902
1.2	0.1116	0.1002	0.0988	0.0884	0.0880	0.0876	0.0772	0.0768	0.0664	0.0660
1.3	0.0872	0.0758	0.0744	0.0640	0.0636	0.0632	0.0528	0.0524	0.0420	0.0416
1.4	0.0632	0.0518	0.0504	0.0400	0.0396	0.0392	0.0288	0.0284	0.0180	0.0176
1.5	0.0506	0.0392	0.0378	0.0274	0.0270	0.0266	0.0162	0.0158	0.0054	0.0050
1.6	0.0392	0.0278	0.0264	0.0160	0.0156	0.0152	0.0048	0.0044	0.0040	0.0036
1.7	0.0448	0.0334	0.0320	0.0216	0.0212	0.0208	0.0104	0.0100	0.0096	0.0092
1.8	0.0328	0.0214	0.0200	0.0096	0.0092	0.0088	0.0084	0.0080	0.0076	0.0072
1.9	0.0292	0.0178	0.0164	0.0060	0.0056	0.0052	0.0048	0.0044	0.0040	0.0036
2.0	0.0232	0.0118	0.0104	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.1	0.0188	0.0074	0.0060	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.2	0.0148	0.0034	0.0020	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.3	0.0108	0.0020	0.0006	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.4	0.0068	0.0010	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.5	0.0028	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.6	0.0008	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.7	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.8	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

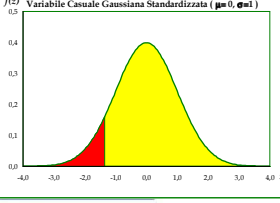
La tavola fornisce i valori delle aree sottese alla curva tra  $z$  e  $+\infty$

$P(x > 180) = 0.159$

Dott.ssa Marta Di Nicola



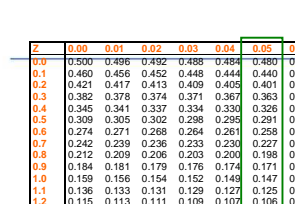
Variabile Casuale Gaussiana ( $\mu = 171.5, \sigma = 8.5$ )

$$Z = \frac{160 - 171.5}{8.5} = -1.35$$


Variabile Casuale Gaussiana Standardizzata ( $\mu = 0, \sigma = 1$ )

Qual è la probabilità di avere un soggetto con altezza inferiore a 160 cm?  
 $P(x < 160) = ?$

Dott.ssa Marta Di Nicola



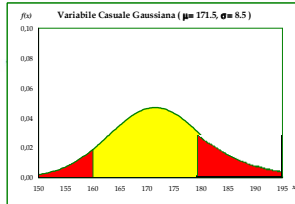
Variabile Casuale Gaussiana Standardizzata

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.500	0.496	0.492	0.488	0.484	0.480	0.476	0.472	0.468	0.464
0.1	0.460	0.456	0.452	0.448	0.444	0.440	0.436	0.433	0.429	0.425
0.2	0.421	0.417	0.413	0.409	0.405	0.401	0.397	0.394	0.390	0.386
0.3	0.382	0.378	0.374	0.371	0.367	0.363	0.359	0.356	0.352	0.348
0.4	0.345	0.341	0.337	0.334	0.330	0.326	0.323	0.319	0.316	0.312
0.5	0.309	0.305	0.302	0.298	0.295	0.291	0.288	0.284	0.281	0.278
0.6	0.274	0.271	0.268	0.264	0.261	0.258	0.255	0.251	0.248	0.245
0.7	0.242	0.239	0.236	0.233	0.230	0.227	0.224	0.221	0.218	0.215
0.8	0.212	0.209	0.206	0.203	0.200	0.198	0.195	0.192	0.189	0.187
0.9	0.184	0.181	0.179	0.176	0.174	0.171	0.169	0.166	0.164	0.161
1.0	0.159	0.156	0.154	0.152	0.149	0.147	0.145	0.142	0.140	0.138
1.1	0.136	0.133	0.131	0.129	0.127	0.125	0.123	0.121	0.119	0.117
1.2	0.115	0.113	0.111	0.109	0.107	0.106	0.104	0.102	0.100	0.099
1.3	0.097	0.095	0.093	0.092	0.090	0.089	0.087	0.085	0.084	0.082
1.4	0.081	0.079	0.078	0.076	0.075	0.074	0.072	0.071	0.069	0.068
1.5	0.067	0.066	0.064	0.063	0.062	0.061	0.059	0.058	0.057	0.056
1.6	0.055	0.054	0.053	0.052	0.051	0.049	0.048	0.048	0.046	0.046
1.7	0.045	0.044	0.043	0.042	0.041	0.040	0.039	0.038	0.037	0.037
1.8	0.036	0.035	0.034	0.034	0.033	0.032	0.031	0.030	0.029	0.029
1.9	0.029	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.025	0.024	0.024	0.023
2.0	0.023	0.022	0.022	0.021	0.021	0.020	0.020	0.019	0.019	0.018
2.1	0.018	0.017	0.017	0.016	0.016	0.015	0.015	0.015	0.014	0.014
2.2	0.014	0.014	0.013	0.013	0.013	0.012	0.012	0.011	0.011	0.011
2.3	0.011	0.010	0.010	0.010	0.010	0.009	0.009	0.009	0.008	0.008
2.4	0.008	0.008	0.008	0.008	0.007	0.007	0.007	0.007	0.006	0.006
2.5	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
2.6	0.005	0.005	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
2.7	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
2.8	0.003	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002
2.9	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001

Ricordando la proprietà di simmetria della Distribuzione Gaussiana

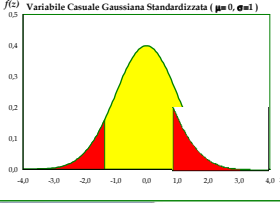
$P(x < 160) = 0.089$

Dott.ssa Marta Di Nicola



Variabile Casuale Gaussiana ( $\mu = 171.5, \sigma = 8.5$ )

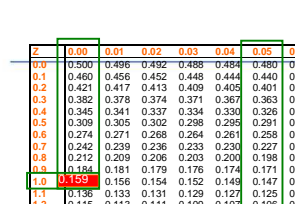
$$Z = \frac{160 - 171.5}{8.5} = -1.35$$

$$Z = \frac{180 - 171.5}{8.5} = 1$$


Variabile Casuale Gaussiana Standardizzata ( $\mu = 0, \sigma = 1$ )

Qual è la probabilità di avere un soggetto con altezza compresa tra 160 e 180 cm?  
 $P(160 < x < 180) = ?$

Dott.ssa Marta Di Nicola



Variabile Casuale Gaussiana Standardizzata

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.500	0.496	0.492	0.488	0.484	0.480	0.476	0.472	0.468	0.464
0.1	0.460	0.456	0.452	0.448	0.444	0.440	0.436	0.433	0.429	0.425
0.2	0.421	0.417	0.413	0.409	0.405	0.401	0.397	0.394	0.390	0.386
0.3	0.382	0.378	0.374	0.371	0.367	0.363	0.359	0.356	0.352	0.348
0.4	0.345	0.341	0.337	0.334	0.330	0.326	0.323	0.319	0.316	0.312
0.5	0.309	0.305	0.302	0.298	0.295	0.291	0.288	0.284	0.281	0.278
0.6	0.274	0.271	0.268	0.264	0.261	0.258	0.255	0.251	0.248	0.245
0.7	0.242	0.239	0.236	0.233	0.230	0.227	0.224	0.221	0.218	0.215
0.8	0.212	0.209	0.206	0.203	0.200	0.198	0.195	0.192	0.189	0.187
0.9	0.184	0.181	0.179	0.176	0.174	0.171	0.169	0.166	0.164	0.161
1.0	0.159	0.156	0.154	0.152	0.149	0.147	0.145	0.142	0.140	0.138
1.1	0.136	0.133	0.131	0.129	0.127	0.125	0.123	0.121	0.119	0.117
1.2	0.115	0.113	0.111	0.109	0.107	0.106	0.104	0.102	0.100	0.099
1.3	0.097	0.095	0.093	0.092	0.090	0.089	0.087	0.085	0.084	0.082
1.4	0.081	0.079	0.078	0.076	0.075	0.074	0.072	0.071	0.069	0.068
1.5	0.067	0.066	0.064	0.063	0.062	0.061	0.059	0.058	0.057	0.056
1.6	0.055	0.054	0.053	0.052	0.051	0.049	0.048	0.048	0.046	0.046
1.7	0.045	0.044	0.043	0.042	0.041	0.040	0.039	0.038	0.037	0.037
1.8	0.036	0.035	0.034	0.034	0.033	0.032	0.031	0.030	0.029	0.029
1.9	0.029	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.025	0.024	0.024	0.023
2.0	0.023	0.022	0.022	0.021	0.021	0.020	0.020	0.019	0.019	0.018
2.1	0.018	0.017	0.017	0.016	0.016	0.015	0.015	0.015	0.014	0.014
2.2	0.014	0.014	0.013	0.013	0.013	0.012	0.012	0.011	0.011	0.011
2.3	0.011	0.010	0.010	0.010	0.010	0.009	0.009	0.009	0.008	0.008
2.4	0.008	0.008	0.008	0.008	0.007	0.007	0.007	0.007	0.006	0.006
2.5	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
2.6	0.005	0.005	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
2.7	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
2.8	0.003	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002
2.9	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001

$P(160 < x < 180) = 1 - (0.089 + 0.159) = 0.752$

Dott.ssa Marta Di Nicola